== ２次関数のグラフと直線 ==

【例1】

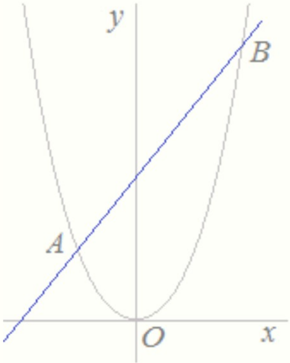
$y=x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあります．A，Bの x 座標がそれぞれ $-1, 3$ であるとき，次の問いに答えなさい．

(1)　2点A，Bの座標を求めなさい．

(2)　2点A，Bを通る直線の方程式を求めなさい．

(3)　2点A，Bを通る直線が y 軸と交わる点Pの座標を求めなさい．

(4)　△POBの面積を求めなさい．



（解答）

(1)

$x=-1$ を $y=x^2$ に代入すると $y=(-1)^2=1$ となるから，点Aの座標は $(-1, 1)$ …（答）

$x=3$ を $y=x^2$ に代入すると $y=3^2=9$ となるから，点Bの座標は $(3, 9)$ …（答）

(2)

求める直線の方程式を $y=ax+b$ …(A)とおくと，

点A $(-1, 1)$ がこの直線上にあるから，

$1=-a+b$ …(B)

また，点B $(3, 9)$ がこの直線上にあるから，

$9=3a+b$ …(C)

(B)(C)を係数 a, b を求めるための連立方程式として解く．

$1=-a+b$ …(B)

$-)\ 9=\ 3a+b$ …(C)

$-8=-4a$

$a=2$ …(D)

(D)を(B)に代入

$b=3$

(A)にこれら a, b の値を代入すると

$y=2x+3$ …（答）

(3)

$y=2x+3$ の方程式に $x=0$ に代入すると $y=3$ となるから，点Pの座標は $(0, 3)$ …（答）

(4)

△POBにおいて PO を底辺と見ると，底辺の長さは 3．このとき，高さはBの x 座標 3 になるから，△POBの面積は

（底辺）×（高さ）÷ $2=\frac{9}{2}$ …（答）

【問1】

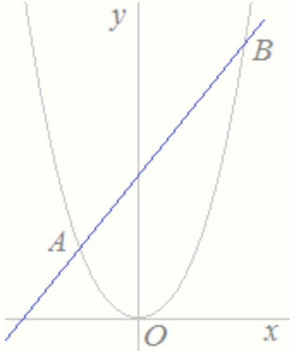
$y=2x^2$ のグラフ上に2点A，Bがあります．A，Bの x 座標がそれぞれ $-1, 2$ であるとき，次の問いに答えなさい．

(1)　2点A，Bの座標を求めなさい．

(2)　2点A，Bを通る直線の方程式を求めなさい．

(3)　2点A，Bを通る直線が y 軸と交わる点Pの座標を求めなさい．

(4)　△AOPの面積を求めなさい．



（解答）*** 以下の問題で，Tabキーを押せば空欄を順に移ることができます．***

(1)

$x=-1$ を $y=2x^2$ に代入して y 座標を求める．

点Aの座標は(　　,　　)

$x=2$ を $y=2x^2$ に代入して y 座標を求める．

点Bの座標は(　　,　　)

採点する　やり直す

(2)

求める直線の方程式を $y=ax+b$ とおいて，上で求めたA，Bの座標 x, y を代入し，a, b の連立方程式を作る．

これを解くと直線の方程式が定まる．

$y=$　　$x+$

採点する　やり直す

(3)

上で得られた直線の方程式に $x=0$ を代入すると点Pの y 座標が得られる．

点Pの座標は(　　,　　)

採点する　やり直す

(4)

△AOPにおいて PO を底辺と見ると，高さはAの x 座標の絶対値（符号を正に変えたもの）になるから，△AOPの面積は

（底辺）×（高さ）÷ $2=$

採点する　やり直す

【例2】

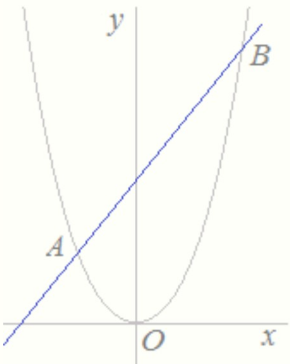
右図のように2次関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=x+b$ のグラフが2点A，Bで交わり，点Aの座標が $(-2, 2)$ であるとき，次の問いに答えなさい．

(1)　定数 a の値を求めなさい．

(2)　定数 b の値を求めなさい．

(3)　点Bの座標を求めなさい．

(4)　△AOBの面積を求めなさい．



（解答）

(1)

点Aの座標 $x=-2, y=2$ を方程式 $y=ax^2$ に代入すると

【問2】

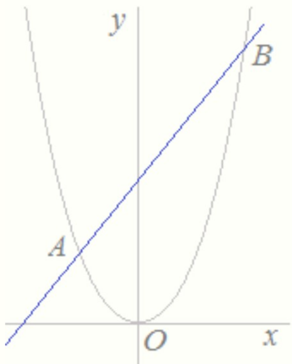
右図のように2次関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=bx+3$ のグラフが2点A，Bで交わり，点Aの座標が $(-2, 2)$ であるとき，次の問いに答えなさい．

(1)　定数 a の値を求めなさい．

(2)　定数 b の値を求めなさい．

(3)　点Bの座標を求めなさい．

(4)　△AOBの面積を求めなさい．



（解答）

(1)

$x=-2, y=2$ を $y=ax^2$ に代入して a を求める．

$2=a\times(-2)^2=4a$ より，$a=\frac{1}{2}$ …（答）

（2）

点Aの座標 $x=-2,\ y=2$ を方程式 $y=x+b$ に代入すると，

$2=-2+b$

$b=4$ …（答）

（3）

A，Bは $y=\frac{1}{2}x^2$ …(A)と $y=x+4$ …(B)の交点だから，

(A)(B)を連立方程式として解くと座標が求まる．

$$y=\frac{1}{2}x^2 \cdots\text{(A)}$$
$$y=x+4 \cdots\text{(B)}$$

(A)(B)から y を消去すると

$$\frac{1}{2}x^2=x+4$$
$$x^2=2x+8$$
$$x^2-2x-8=0$$
$$(x+2)(x-4)=0$$
$$x=-2,\ 4$$

図より $x=-2$ が点Aの x 座標，$x=4$ が点Bの x 座標を表している．

点Bの y 座標は $x=4$ を(B)に代入すれば求まる．

$(4,\ 8)$ …（答）

（4）

直線(B)と y 軸との交点をPとすると，△AOB＝△AOP+△POB

PO を底辺と見ると，底辺の長さは 4．このとき，△AOPの高さはAの x 座標 -2 の符号を正に変えて 2

△AOP $=4\times2\div2=4$

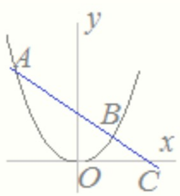
△POBの高さはBの x 座標 4

△POB $=4\times4\div2=8$

△AOB＝△AOP+△POB $=4+8=12$ …（答）

【例3】

右図のように2次関数 $y=x^2$ のグラフと直線のグラフが2点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標がそれぞれ $-2,\ 1$ であるとき，次の問いに答えなさい．



（1） 2点 A，B の座標を求めなさい．

（2） 2点 A，B を通る直線の方程式を求めなさい．

（3） 2点 A，B を通る直線が x 軸と交わる点を C とするとき点 C の座標を求めなさい．

（4） △ BOC の面積を求めなさい．

（解答）

（1）

$x=-2$ を方程式 $y=x^2$ に代入すると $y=4$

$x=1$ を方程式 $y=x^2$ に代入すると $y=1$

点 A の座標は $(-2,\ 4)$，点 B の座標は $(1,\ 1)$ …（答）

（2）

求める直線の方程式を $y=ax+b$ …(A)とおくと，

点 A $(-2,\ 4)$ がこの直線上にあるから，

$4=-2a+b$ …(B)

また，点 B $(1,\ 1)$ がこの直線上にあるから，

$1=a+b$ …(C)

(B)(C)を係数 $a,\ b$ を求めるための連立方程式として解く．

$$4=-2a+b \cdots\text{(B)}$$
$$-)\ 1=\ a+b \cdots\text{(C)}$$

$a=\frac{□}{□}$

採点する　やり直す

（2）

$x=-2,\ y=2$ を $y=bx+3$ に代入して b を求める．

$b=\frac{□}{□}$

採点する　やり直す

（3）

(1)(2)から2次関数と直線の方程式が決まるので，それらを連立方程式として解くと交点の座標が求まる．2つの解のうちで $x>0$ となる値がBの x 座標になる．

点Bの座標は(□，$\frac{□}{□}$)

採点する　やり直す

（4）

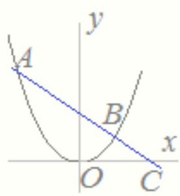
直線と y 軸との交点をPとすると，△AOBを2つの三角形△AOP，△POBに分けて求める．

△AOB＝$\frac{□}{□}$

採点する　やり直す

【問3】

右図のように2次関数 $y=x^2$ のグラフと直線のグラフが2点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標がそれぞれ $-4,\ 2$ であるとき，次の問いに答えなさい．



（1） 2点 A，B の座標を求めなさい．

（2） 2点 A，B を通る直線の方程式を求めなさい．

（3） 2点 A，B を通る直線が x 軸と交わる点を C とするとき点 C の座標を求めなさい．

（4） △ BOC の面積を求めなさい．

（解答）

（1）

$x=-4$，$x=2$ を方程式 $y=x^2$ に代入するとそれぞれの y 座標が求まる．

点 A の座標は（□，□）

点 B の座標は（□，□）

採点する　やり直す

（2）

求める直線の方程式を $y=ax+b$ とおいて $a,\ b$ を求める．

$y=$□$x+$□

採点する　やり直す

（3）

(2)で求めた直線の方程式で $y=0$ となる x の値を求める．

$3=-3a$

$a=-1$ …(D)

(D)を(B)に代入

$b=2$

(A)にこれら a, b の値を代入すると

$y=-x+2$ …（答）

(3)

$y=-x+2$ の y 座標が 0 となるときの x の値を求めると

$-x+2=0$ より $x=2$

点 C の座標は $(2, 0)$ …（答）

(4)

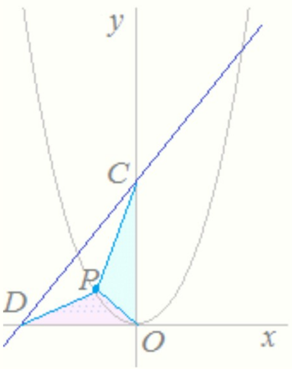
△ BOC の底辺を OC とすると $OC=2$

このとき高さは B の y 座標 1

△ $BOC=2\times1\div2=1$ …（答）

【例4】

右図のように2次関数 $y=x^2$ のグラフと直線 $y=x+2$ のグラフが x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれ D，C とするとき，次の問いに答えなさい．



(1)　点 C，D の座標を求めなさい．

(2)　点 P は2次関数 $y=x^2$ のグラフ上で $x<0$ の部分を動くものとする．△ PDO の面積が△ CPO の面積の2倍となるとき，点 P の x 座標を求めなさい．

（解答）

(1)

$y=x+2$ に $x=0$ を代入すると $y=2$

$y=x+2$ に $y=0$ を代入すると $x=-2$

点 C の座標は $(0, 2)$，点 D の座標は $(-2, 0)$ …（答）

(2)

$P(x, x^2)$ とおく．

△ PDO について底辺を $DO=2$ とすると，高さは P の y 座標 x^2 になるから，面積は $2\times x^2\div2=x^2$

△ CPO について底辺を $CO=2$ とすると，高さは P の x 座標 $x(<0)$ の符号を変えたものになるから，面積は

$2\times(-x)\div2=-x$

$x^2=2(-x)$

$x(x+2)=0$ $(x<0)$

$x<0$ だから $x=-2$ …（答）

点 C の座標は(,)

採点する　やり直す

(4)

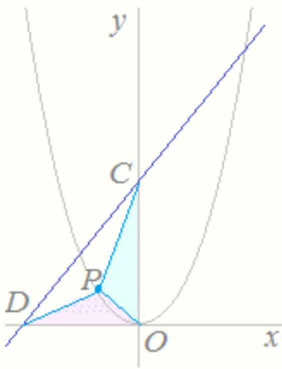
△ BOC の底辺を OC，高さを B の y 座標と考えると

△ $BOC=$

採点する　やり直す

【問4】

右図のように2次関数 $y=2x^2$ のグラフと直線 $y=2x+4$ のグラフが x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれ D，C とするとき，次の問いに答えなさい．



(1)　点 C，D の座標を求めなさい．

(2)　点 P は2次関数 $y=2x^2$ のグラフ上で $x<0$ の部分を動くものとする．△ PDO の面積が△ CPO の面積と等しくなるとき，点 P の x 座標を求めなさい．

（解答）

(1)

点 C の座標は (,)

点 D の座標は (,)

採点する　やり直す

(2)

$x=$

採点する　やり直す