

== 次数最低の文字で整理 ==

○1つの文字について整理するとは

2種類以上の文字を含む多項式では、どの文字に着目するかによって次数が変わる。

「ある文字について」「ある文字に着目する」とはその文字だけを文字だと考え、他の文字を係数・数字と見なすことをいう。

例

$$a^3+a^2c-ab^2-b^2c$$

「aに着目すると」=「aについては」=「b,cを係数と見なすと」

$$\Rightarrow a^3+a^2c-ab^2-b^2c \Rightarrow 3次式になる$$

「bに着目すると」=「bについては」=「a,cを係数と見なすと」

$$\Rightarrow (-a-c)b^2+(a^3+a^2c) \Rightarrow 2次式になる$$

「cに着目すると」=「cについては」=「a,bを係数と見なすと」

$$\Rightarrow (a^2-b^2)c+(a^3-ab^2) \Rightarrow 1次式になる$$

○次数が最低の文字について整理するとは

一般に、因数分解は次数が高くなるほど難しくなるので、2文字以上を含む多項式の因数分解では「次数が最も低い文字について整理する」のが有利となる。

上の例では

▼aについて整理すると

$\Rightarrow a^3+a^2c-ab^2-bc$ \Rightarrow 数学Iでは、3次式の因数分解は「3乗の因数分解公式」が使えるような特別な形だけを扱い、それ以外は数学IIの「因数定理」を待たなければならない。数学Iの範囲で、この因数分解を行うのは難しい。

▼bについて整理すると

$\Rightarrow (-a-c)b^2+a^2(a+c)$ $\Rightarrow -(a+c)(b^2-a^2)$ となつて、 b^2-a^2 の因数分解に帰着する:一応できる。

右へ続く

→続き

◎cについて整理すると

$\Rightarrow (a^2-b^2)c+(a^3-ab^2) \Rightarrow$ 1次式の因数分解になる(1次式の因数分解などと大きな声で言うのも恥ずかしい。1次式では定数の係数でくる変形だけがある。)

$$\Rightarrow (a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$$

この1次式で a^2-b^2 が共通因数だから、これできると

$$\Rightarrow (a^2-b^2)(c+a) \dots(1)$$

以上のように、因数分解を行うには**次数が最低の文字について整理する**と有利になる。

○その後どうするのか

上の(1)式では文字cは係数の中にはないので $(a^2-b^2)(c+a)$ の係数の部分 a^2-b^2 について、改めて仕切り直しとして次数最低の文字について整理する。(この問題では、a,bのいずれかで整理しても2次となり、次のように容易に因数分解できる: $(a+b)(a-b)$)

元の式は、 $(a+b)(a-b)(c+a)$ となる。

【要約】

○ 因数分解の前処理として「次数最低の文字で整理する」という変形が重要である。…1つの文字について整理するとは、他の文字を数字・係数と見なして、1つの文字だけを文字として扱うということである。

○ この後、因数分解を行うときは「次数最低の文字で整理する」→(仕切り直し)→「次数最低の文字で整理する」の繰り返しが必要ながある。

《問題》

次の空欄に適当な式を埋めなさい。(英字は半角小文字、数字は半角とします。なお、タブキーで空欄を移動できます。)(暗算では無理です。計算用紙で計算してから答えてください)

(1)

$xy-x-y+1$ をxについて整理すると

$(y-1) \square x + (-y+1) \square$ となる。

採点する やり直す HELP

xについて整理するとは、xだけを文字として扱い、他の文字(ここではy)は数字の係数と同じ扱いにすることなので $xy-x-y+1$ を文字の部分と定数の部分に分けると $(xy-x)-y+1=(y-1)x+(-y+1)$



♪ $(y-1)x-(y-1)=(y-1)(x-1)$

あ
た
り

(2)

$3x^2+2y^2-7xy+8x-y-3$ をxについて整理すると

$(3 \square) x^2 + (-7y+8) x + (2y^2-y-3) \square$ となる。

採点する やり直す HELP

xについて整理するとは、xだけを文字として扱い、他の文字(ここではy)は数字の係数と同じ扱いにすることなので $3x^2+2y^2-7xy+8x-y-3$ をxの2次、1次、定数項の部分に分けると $3x^2+(-7y+8)x+(2y^2-y-3)$



♪ $3x^2+(-7y+8)x+(2y^2-y-3)$ と変形すると、2文字のタスキ掛け因数分解の準備ができるのだ

あ
た
り

(3)

$a^2-c^2-ab+bc$ をbについて整理すると

$(-a+c) \square b + (a^2-c^2) \square$ となる。

採点する やり直す HELP

bについて整理するとは、bだけを文字として扱い、他の文字(ここではa,c)は数字の係数と同じ扱いにすることなので $a^2-c^2-ab+bc$ を文字の部分と定数の部分に分けると $(-ab+bc)+(a^2-c^2)=(-a+c)b+(a^2-c^2)$

あ
た
り

今日のヤジ

そんなことをして
何の役に立つのか?

♪♪

因数分解が
できるのです

$$\begin{aligned} \text{♪♪} \sim & (-a+c)b+(a^2-c^2) = -(a-c)b+(a-c)(a+c) \\ & = (a-c)(-b+a+c) \end{aligned}$$

(4)

$a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$
を a について整理すると

$(b-c)a^2+(c^2-b^2)a+bc(b-c)$ と
なる.

採点する

やり直す

HELP

a について整理するとは, a だけを文字として扱い, 他の文字(こ
こでは b, c) は数字の係数と同じ扱いにすることなので

$a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$ を a の 2 次, 1 次, 定数項の部分に分
けると

$$(b-c)a^2+(-b^2+c^2)a+(b^2c-bc^2)$$

今日のヤジ

そんなことをして
何の役に立つのか?

♪♪

因数分解が
できるのです

$$\begin{aligned} \text{♪♪} \sim & (b-c)a^2-(b^2-c^2)a+(b^2c-bc^2) \\ & = (b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\} = (b-c)(a-b)(a-c) \end{aligned}$$

あ
た
り