== 放物線と三角形の面積 ==

【例題1】
放物線$y=x^2$と直線$y=x+2$の交点をA, Bとするとき，$\triangle AOB$の面積を求めてください

（解答）
はじめに，連立方程式

$$\begin{cases} y=x^2 & \cdots(1) \\ y=x+2 & \cdots(2) \end{cases}$$

を解いて，2交点A, Bの座標を求めます．

(1)を(2)に代入すると

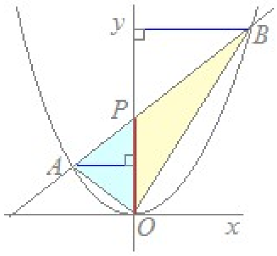
$x^2=x+2$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2, -1$

$A(-1, 1), B(2, 4)$



次に，直線$y=x+2$ $\cdots(2)$
とy軸との交点（切片）をPとしてPの座標を求めると，$P(0, 2)$

右図のように$\triangle AOB$をy軸で2つに分けて，$\triangle AOP$と$\triangle BOP$とする．

各々の三角形の底辺を$OP=2$と考えると高さはA, Bのx座標（の絶対値=符号を正にしたもの）だから，

$\triangle AOP$の高さは1

$\triangle BOP$の高さは2

三角形の面積は（底辺）×（高さ）÷2で求められるから

$\triangle AOP$の面積は

$$\frac{2\times 1}{2}=1$$

$\triangle BOP$の面積は

$$\frac{2\times 2}{2}=2$$

よって

$\triangle AOB$の面積は3 …（答）

【要点】
三角形をy軸で2つに分けると

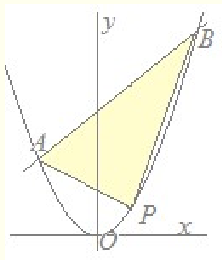
- 切片の長さが底辺になる
- A, Bのx座標（の符号を正にしたもの）が高さになる

※なお，この方法がただ1つの正しい方法だということではない．解き方は幾つもあるが，この方法なら簡単に解けるということである

【問題1】…正しい選択肢をクリックしてください
放物線$y=x^2$と直線$y=-x+6$の交点$A(-3, 9), B(2, 4)$と原点$O(0, 0)$とでできる$\triangle AOB$の面積を求めてください．

9　　12　　15　　20　　25　　30

【例題2】
放物線$y=x^2$と直線$y=x+6$の交点をA, Bとし，放物線$y=x^2$上の1点を$P(1, 1)$とするとき，$\triangle APB$の面積を求めてください



（解答）
連立方程式

$$\begin{cases} y=x^2 & \cdots(1) \\ y=x+6 & \cdots(2) \end{cases}$$

を解いて，2交点A, Bの座標を求める．

(1)を(2)に代入すると

$x^2=x+6$

$x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

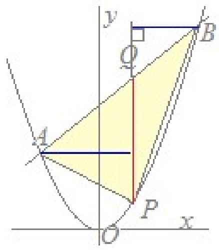
$x=3, -2$

$A(-2, 4), B(3, 9)$

次に，$P(1, 1)$からy軸に平行な直線をひき，ABとの交点をQとすると

$$\begin{cases} x=1 & \cdots(3) \\ y=x+6 & \cdots(4) \end{cases}$$

より，$Q(1, 7)$



$\triangle APB$を$\triangle APQ$と$\triangle BPQ$に分けると

$PQ=7-1=6$

PQを底辺とすると，$\triangle APQ$の高さは

$1-(-2)=3$

$\triangle BPQ$の高さは

$3-1=2$

$\triangle APQ$, $\triangle BPQ$の面積は各々

$$\frac{6\times 3}{2}=9, \quad \frac{6\times 2}{2}=6$$

だから，$\triangle AOB$の面積は$9+6=15$ …（答）

【問題3】
放物線$y=x^2$と直線$y=2x+3$の交点をA, Bとし，放物線$y=x^2$上の1点を$P(2, 4)$とするとき，$\triangle APB$の面積を求めてください．

3　　4　　6　　8　　9　　12

【問題2】

放物線 $y=x^2$ と直線 $y=2x+3$ の2交点 A, B と原点 $O(0, 0)$ とでできる $\triangle AOB$ の面積を求めてください.

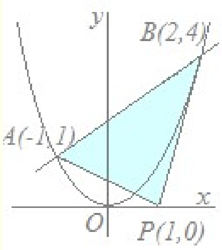
3　　4　　6　　8　　9　　12

【問題4】

放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=x+4$ の交点を A, B とし，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の1点を $P(-6, 18)$ とするとき，$\triangle APB$ の面積を求めてください.

12　　18　　24　　30　　48　　60

【例題3】
放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+2$ の交点を A, B とし，x 軸上の１点を $P(1, 0)$ とするとき，$\triangle APB$ の面積を求めてください



（解答）
連立方程式

$$\begin{cases} y=x^2 & \cdots(1) \\ y=x+2 & \cdots(2) \end{cases}$$

を解いて，2交点 A, B の座標を求める．

(1)を(2)に代入すると

$x^2=x+2$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

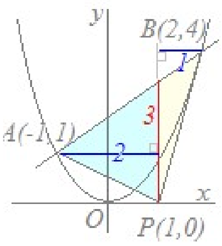
$x=2, -1$

$A(-1, 1), B(2, 4)$

次に，$P(1, 0)$ から y 軸に平行な直線をひき，AB との交点を Q とすると

$$\begin{cases} x=1 & \cdots(3) \\ y=x+2 & \cdots(4) \end{cases}$$

より，$Q(1, 3)$



$\triangle APB$ を $\triangle APQ$ と $\triangle BPQ$ に分けると

$PQ=3$

PQ を底辺とすると，$\triangle APQ$ の高さは

$1-(-1)=2$

$\triangle BPQ$ の高さは

$1-1=1$

$\triangle APQ, \triangle BPQ$ の面積は各々

$\dfrac{3\times2}{2}$，$\dfrac{3\times1}{2}$

だから，$\triangle AOB$ の面積は $\dfrac{6}{2}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$ …（答）

【問題5】
放物線 $y=x^2$ と直線 $y=-2x+3$ の交点を A, B とし，x 軸上の１点を $P(-1, 0)$ とするとき，$\triangle APB$ の面積を求めてください．

6　7　8　9　10　11

【問題6】
放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+2$ の交点を A, B とし，x 軸上の１点を $P(3, 0)$ とするとき，$\triangle APB$ の面積を求めてください．

$\dfrac{13}{2}$　$\dfrac{15}{2}$　$\dfrac{17}{2}$　$\dfrac{19}{2}$　$\dfrac{21}{2}$　$\dfrac{23}{2}$